

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

Jornal das Primeiras

# MATEMÁTICAS



QUADRADO



CÍRCULO



TRIÂNGULO  
ISÓSCELES



RETÂNGULO



HEXÁGONO



ELIPSE



PENTÁGONO

## A UTILIZAÇÃO DO GEOPLANO NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA. UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO 4.º ANO DO ENSINO BÁSICO

*Maria Helena Moreira, Maria Helena Martinho*  
IE Universidade do Minho, CIEd/IE – Universidade do Minho  
pg23252@alunos.uminho.pt, mhm@ie.uminho.pt

Número 4  
Junho 2015

**aeme**  
ASSOCIAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ELEMENTAR



Ludus

# *Recursos Didáticos*

---

## A UTILIZAÇÃO DO GEOPLANO NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA. UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO 4.º ANO DO ENSINO BÁSICO

*Maria Helena Moreira, Maria Helena Martinho*  
IE Universidade do Minho, CIEd/IE – Universidade do Minho  
pg23252@alunos.uminho.pt, mhm@ie.uminho.pt

**Resumo:** *O presente artigo retrata parte de uma investigação levada a cabo numa turma de 4.º ano do 1.º ciclo do ensino básico, a propósito da utilização de materiais manipuláveis no ensino e aprendizagem da matemática. Esta investigação, de carácter qualitativo, foi desenvolvida segundo algumas características da metodologia de investigação-ação. Ao longo do artigo apresenta-se os resultados obtidos em duas sessões concretizadas em torno dos conceitos de área e perímetro com recurso ao geoplano. A análise das sessões em causa terá por base as seguintes questões de investigação: Como foi utilizado o geoplano ao longo da realização das atividades propostas? Quais as dificuldades sentidas pelos alunos quando resolviam a tarefa com recurso ao geoplano? De um modo geral, a utilização do geoplano funcionou como uma base concreta e dinâmica para a (re)construção dos conceitos de área e perímetro, assim como para o desenvolvimento de capacidades de visualização espacial. As dificuldades mais notórias foram na transferência das figuras do geoplano para o papel pontado e vice-versa, na distinção entre os comprimentos do lado e da diagonal de um quadrado formado no geoplano, bem como na determinação das medidas dos lados de uma figura como sendo a distância entre os pregos do geoplano.*

**Palavras-chave:** geometria; geoplano; 1.º ciclo do Ensino Básico.

### 1 Aprendizagem da geometria com recurso ao geoplano

Ao longo da revisão da literatura foram encontradas várias definições para material manipulável, surgindo outros conceitos como o de material didático, material

curricular e o de material concreto, que apesar de serem distintos, não divergem muito uns dos outros, existindo mesmo alguma relação entre eles. Neste artigo será adotado aquilo que Reys [8] defende a propósito dos materiais manipuláveis, sendo que, para este autor, material manipulável é aquele que apela a todos os sentidos, caracterizando-se por um envolvimento físico das crianças numa situação de aprendizagem ativa.

São vários os autores que defendem que a aprendizagem deve ser construída partindo do concreto para o abstrato, salientando a importância dos materiais manipuláveis neste processo. Para Serrazina [9] e Vale [13], a aprendizagem deve ter por base a experiência, ou seja, a construção de conceitos matemáticos constitui-se como um processo longo que requer do aluno um papel ativo e que vai evoluindo do concreto para o abstrato. A primeira autora lembra que essa progressão acontece independentemente da idade ou do conteúdo específico e acrescenta ainda que, “quando o ensino é feito em abstrato e de uma maneira fechada, as crianças são forçadas a memorizar a matemática mecanicamente”, comprometendo a aprendizagem futura e o uso da matemática ([10], p. 33). A este propósito, Matos e Serrazina ([12], p. 1) referem que o “conhecimento matemático não se transmite, mas ele é essencialmente construído pelos alunos”, sendo que ao proporcionar aos alunos a oportunidade de aprenderem matemática através da manipulação de materiais está-se a fomentar uma atividade lúdica, mas, mais do que isso, está-se a criar condições para o desenvolvimento do pensamento abstrato.

Os alunos chegam à escola com uma larga experiência informal acerca da geometria. Estes conhecimentos, adquiridos de forma intuitiva, devem ser tidos em conta e constituir o ponto de partida para o desenvolvimento do conhecimento geométrico e do raciocínio espacial, com crescente formalização ao longo da escolaridade [1, 5, 3]. A geometria é uma área propícia ao desenvolvimento do pensamento matemático e do raciocínio visual, constituindo um meio privilegiado para a criança conhecer o espaço que a rodeia, pelo que o seu ensino deve promover a descoberta, baseando-se a sua aprendizagem na experimentação e na manipulação [1].

Neste sentido, a aprendizagem da geometria no 1.º ciclo do ensino básico deve ser realizada de modo informal a partir de modelos concretos relacionados com o mundo real das crianças, sendo que a exploração e manipulação de materiais, assim como a reflexão sobre as atividades realizadas desempenham um papel fundamental na construção de conceitos [7]. Assim sendo, os materiais manipuláveis podem desempenhar um importante papel no processo de ensino e aprendizagem da Geometria, na medida em que “permitem estabelecer relações e tirar conclusões, facilitando a compreensão de conceitos” ([5], p. 21).

A importância da utilização de materiais como o geoplano na abordagem a estes temas é referida por Abrantes, Serrazina e Oliveira ([1], p. 80) onde de acordo com estes autores:

Há uma gama considerável de actividades relevantes que podem ser trabalhadas com os alunos, desde simples pavimentações, para os alunos mais novos, até investigações para os mais velhos, passando pela construção de figuras equivalentes, pela procura de relações entre figuras

e pela comparação de áreas e perímetros (por exemplo, num conjunto de figuras que têm o mesmo perímetro, descobrir a que tem maior área). Nestas actividades, podem ser utilizados variados materiais (geoplanos, papel quadriculado, papel pontado,...) (...).

De igual modo, no PMEB [5] é também recomendada a utilização do geoplano aquando do trabalho com perímetros e áreas de figuras.

O geoplano é um material manipulável estruturado criado pelo matemático inglês Galleb Gategno, sendo constituído por uma base onde estão espetados pregos (ou pinos) com uma determinada disposição, de modo a formarem uma malha, na qual se podem, posteriormente, fixar elásticos de cores variadas e explorar situações diversas [12].

A utilização deste material possui um enorme valor educativo, na medida em que se constitui como um excelente recurso na introdução e exploração de um vasto leque de conceitos geométricos, permitindo uma aprendizagem significativa, atrativa e lúdica. Quando comparado com uma folha de papel, o geoplano é um material dinâmico, dado que, a sua mobilidade e flexibilidade, permite fazer e desfazer figuras com facilidade e observá-las em diferentes ângulos e posições [12, 11, 4]. A sua utilização “facilita o desenvolvimento de habilidades de exploração, comparação, relação entre os seus elementos e oferece um apoio à representação mental e à abstração” ([2], p. 246).

Este material pode ainda ser complementado por papel pontado, representativo da malha do geoplano utilizado, onde os alunos poderão registar a representação das situações exploradas [12, 11, 4].

## 2 O estudo

O estudo aqui apresentado constitui parte de um projeto de Intervenção Pedagógica Supervisionada realizado no âmbito do estágio que integra o plano de estudos do 2.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico, da Universidade do Minho.

Este estudo foi desenvolvido numa turma de 4.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, constituída por vinte e um alunos, treze do género masculino e oito do género feminino, com idades compreendidas entre os nove e os dez anos.

O projeto foi desenvolvido ao longo de oito sessões, sendo que os principais conceitos trabalhados foram o perímetro, a área e as pavimentações. Ao longo destas sessões foram utilizados diferentes materiais manipuláveis estruturados, como o geoplano, o tangram e os pentaminós. De um modo geral, cada sessão englobava cinco grandes momentos: diálogo sobre as ideias prévias dos alunos acerca dos conceitos em questão, manipulação e exploração livre dos materiais, realização das fichas de trabalho propostas, apresentação e partilha dos resultados e, por fim, sistematização das aprendizagens realizadas. A maioria das atividades práticas foram realizadas a pares ou em grupos de 4 elementos, de modo a proporcionar a possibilidade de reflexão e a discussão entre os alunos.

Este estudo, de caráter qualitativo, foi desenvolvido segundo algumas características da metodologia de investigação-ação. Os dados foram recolhidos através de uma observação participante, com recurso a vários instrumentos, tais como, as produções dos alunos, registos reflexivos da estagiária que eram complementados através de registos fotográficos e filmagens. Foi ainda elaborado um questionário que, para além de perguntas fechadas, incluiu espaços onde os alunos puderam dar a sua opinião sobre as atividades realizadas e relatar as dificuldades sentidas. Como forma de complementar as informações contidas nos questionários, foram realizadas pequenas entrevistas a alguns dos alunos.

De salientar ainda que, para não pôr em causa a identidade das crianças que participaram neste estudo, os nomes utilizados são fictícios.

De seguida, apresenta-se os resultados obtidos nas duas sessões concretizadas em torno dos conceitos de área e perímetro com recurso ao geoplano. A análise das sessões em causa terá por base as seguintes questões de investigação: Como foi utilizado o geoplano ao longo da realização das atividades propostas? Quais as dificuldades sentidas pelos alunos quando resolviam a tarefa com recurso ao geoplano?

## 2.1 Áreas e perímetros com o geoplano

Numa fase introdutória, no sentido de perceber as conceções que os alunos já possuíam acerca dos conteúdos que iam ser abordados, foram mobilizados para a discussão os conhecimentos prévios dos alunos. Quando questionados acerca destes conceitos, os alunos identificaram o perímetro como sendo a “medida das linhas” de determinada figura e a área como “o espaço” que estava dentro dessa figura. Através disto, foi possível perceber que os alunos ainda não detinham uma noção perfeita acerca destes dois conceitos, uma vez que a linguagem ainda não era a apropriada, concretamente quando referiram “linhas” em vez de medida do comprimento dos lados da figura e quando utilizaram o termo “espaço” em vez de medida de superfície. Por isso, esta abordagem inicial prendeu-se essencialmente com a discussão em volta de conceções menos corretas que os alunos já possuíam.

De seguida, os alunos puderam manipular e explorar livremente o material manipulável com que posteriormente iam trabalhar. Isto porque, é importante dar oportunidade aos alunos de se familiarizarem com o material antes de partirem para as atividades propriamente ditas. Durante esta exploração, foram colocadas algumas questões aos diferentes pares que se remetiam para as suas construções, com o intuito de tirar partido das mesmas para aplicar os conteúdos matemáticos que iam ser desenvolvidos nesta sessão, despertando o interesse dos alunos para a realização das atividades posteriores. A título de exemplo, segue-se uma situação de diálogo que ocorreu nessa parte da aula e que ilustra algumas das perguntas que foram realizadas aos alunos em torno daquilo que haviam construído livremente no geoplano (Figura 1).



Figura 1: Construção realizada por Tânia e Daniel, aquando da exploração livre.

*Helena: Construíram vários polígonos! Digam-me lá o nome de alguns deles.*

*Tânia: Retângulos, triângulos...*

*Daniel: E quadrado, aqui (apontado para o geoplano – Figura 2).*

*Helena: E qual é a área desse quadrado?*

*Daniel: 1, 2, 3, 4 (contando no geoplano). É quatro.*

*Helena: Quatro unidades de área, muito bem. E o perímetro?*

*Daniel: O perímetro... deixa-me contar... 1, 2, 3... 8. Oito unidades.*

*Helena: Exatamente, oito unidades de comprimento.*

*(...)*

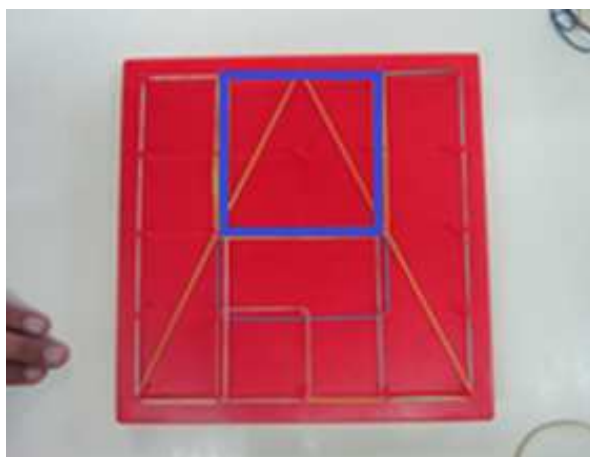


Figura 2: Quadrado que Daniel identificou no geoplano.

Assim, relativamente à *utilização do geoplano*, a fase de exploração livre permitiu tirar significado das construções realizadas e recordar conteúdos que posteriormente utilizaram na realização da ficha de trabalho. Para além disso,



permitiu que cada um dos alunos, em conjunto com o seu par, se familiarizasse com este material e pudesse dar asas à sua imaginação, construindo diversas figuras, sendo disso exemplo a Figura 3 que, segundo o par que a construiu (Ricardo e João), corresponde a um diamante.

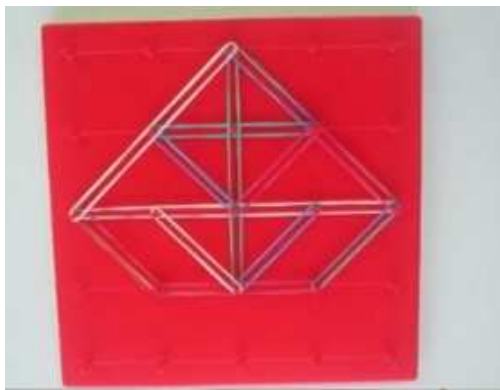


Figura 3: “Diamante” construído pelo par Ricardo e João.

Depois desta abordagem inicial, os alunos, em trabalho de pares, realizaram uma ficha de trabalho onde, com recurso ao geoplano, puderam aplicar e desenvolver os conteúdos propostos para esta sessão.

Ao longo da realização da ficha de trabalho, a utilização do geoplano revelou-se importante na concretização das tarefas propostas, na medida em que funcionou como elemento auxiliador na resolução das atividades. Foi com recurso a este material manipulável estruturado que os alunos exploraram e discutiram hipóteses, conseguindo tirar conclusões mais facilmente. Isto porque, ao testarem hipóteses no geoplano conseguiam fazer e desfazer figuras com maior facilidade do que quando desenhadas em papel. Os alunos primeiro exploravam hipóteses no geoplano e só depois de conseguirem chegar a uma resposta é que passavam as figuras para o papel pontado. A *tentativa e erro* foi a estratégia utilizada na construção de figuras que tinham que obedecer a características previamente definidas no enunciado da tarefa, sendo que a utilização do geoplano favoreceu a construção sucessiva de figuras até conseguirem chegar a um resultado. A validação da figura construída era realizada com a contagem das unidades de medida de comprimento e/ou de área, conforme o que era pedido. Exemplo do que atrás é referido foi o diálogo travado entre Dinis e Diana aquando da realização da alínea a), que pedia a construção de um quadrilátero de perímetro 10, onde é possível verificar que os alunos recorreram ao geoplano para explorar hipóteses até obter uma resposta.

*Daniel: Temos que construir um quadrilátero com perímetro 10, ou seja, tem que ter 4 lados e 10 de perímetro.*

(Dinis constrói uma figura no geoplano, mas depressa o par se apercebeu que não dava, através da contagem das unidades de comprimento)

*Diana: Não, não, tem que ser mais.*

(Constroem outra que também constatam que não serve e só à terceira tentativa

conseguem construir a figura pretendida, Figura 4)

*Diana: 1,2,3,...10, pronto copia lá.*

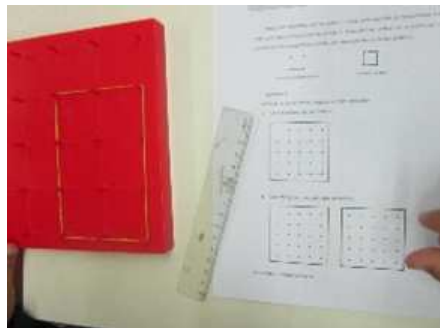


Figura 4: Figura contruída por Dinis e Diana.

Na situação anterior, para chegarem a uma resposta, o par foi fazendo tentativas até conseguirem chegar à figura pretendida.

Outro exemplo é o diálogo entre Salvador e Ana aquando da realização da alínea b), que pedia a construção de dois retângulos com perímetros diferentes. Nesta situação, Salvador lança uma hipótese que foi validada após construção no geoplano e posterior contagem do perímetro:

*Ana: Temos que fazer dois retângulos com perímetros diferentes.*

*Salvador: Eu tive a ideia de fazermos um grande e outro pequeno.*

(o par construiu os retângulos representados na Figura 5)

(...)

*Salvador: O grande tem 10 de perímetro e o pequeno 8.*

*Ana: Então podemos fazer esses dois...*

(...)

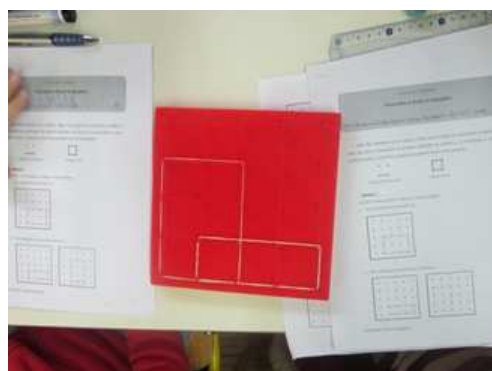


Figura 5: Retângulos construídos por Ana e Salvador.



Ao contrário da situação anterior em que a hipótese lançada foi aprovada após construção no geoplano, na situação seguinte, que diz respeito ao diálogo entre Diana e Dinis a propósito da alínea g) que pedia a construção de duas figuras com o mesmo perímetro, aquilo que propuseram inicialmente não foi validado.

*Diana: À sorte pode ser tipo 1 de perímetro.*

(Testam no geoplano esta hipótese)

*Dinis: Não, tem que ser mais do que 1.*

(...)

Nesta situação, Diana lança uma hipótese, mas quando o par a testa apercebem-se que não é possível construir no geoplano uma figura com apenas uma unidade de comprimento.

Assim, para chegarem a um resultado, as crianças faziam suposições, testavam hipóteses e reformulavam, caso necessário. Para tal, utilizavam a tentativa e erro ou começavam por construir a figura obedecendo a um determinado critério e procuravam ver se os restantes eram satisfeitos ou não, ajustando posteriormente. Isto era possível porque o geoplano permitia-lhes construir, desfazer e reconstruir figuras com grande facilidade.

Quanto às *dificuldades* manifestadas, de um modo geral, as crianças não tiveram grandes dificuldades na manipulação do geoplano como material. No entanto, numa fase inicial, alguns dos alunos demonstraram alguma dificuldade em colocar os elásticos, rebentando-os. Isto acontecia quando pegavam em elásticos mais pequenos e tentavam desenhar com eles figuras de maior dimensão. Esta dificuldade foi facilmente ultrapassada à medida que se apercebiam ou iam sendo alertados para que tivessem em atenção o tamanho dos elásticos consoante a dimensão das figuras que queriam construir.

Outras das dificuldades sentidas apareceu na alínea c), que pedia a construção de um quadrado com 3 unidades de lado, Ana e Salvador em vez de considerar três unidades de comprimento considerou três pregos, como se pode ver na Figura 6.

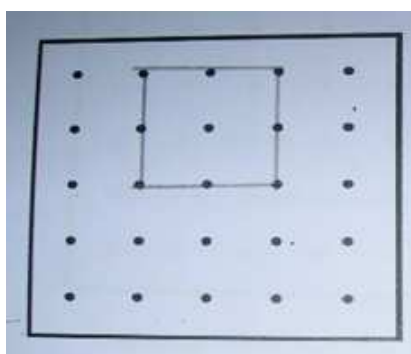


Figura 6: Resposta de Ana e Salvador à alínea c).

Assim, na correção da ficha de trabalho foi tida em atenção a interpretação do enunciado desta tarefa, dando-se relevo ao significado da expressão “um quadrado com três unidades de lado”, uma vez que nem todos os alunos tinham percebido o que significava. Desta forma, foram projetadas algumas das respostas dos alunos, para que eles refletissem sobre as mesmas. Segue-se um episódio que evidencia a situação de diálogo com Ana.

*Helena: Ana explica-me a tua resolução.*

*Ana: Fiz um quadrado.*

*Helena: Fizeste um quadrado. E quantas unidades de comprimento tem de lado o teu quadrado? Conta.*

(Silêncio)

*Helena: Vem aqui ao quadro explicar.*

(Já no quadro contou o total das unidades de comprimento que o quadrado tem – perímetro)

*Helena: Viste o perímetro do quadrado. Mas quantas unidades tem de lado? Aqui pede um quadrado com 3 unidades de lado. O que é que isso significa?*

(Silêncio)

*Helena: Um lado, do quadrado, tem que ter 3 unidades. O que refere a propriedade de um quadrado quanto aos seus lados?*

*Ana: Tem que ter os lados todos iguais.*

*Helena: Ou seja, todos os lados do quadrado têm que ter quanto?*

*Ana: 3 unidades.*

*Helena: 3 unidades de comprimento. E este tem quanto?*

(apontando para a figura que estava projetada no quadro)

*Ana: Duas.*

(...)

Ainda a propósito desta alínea, Mariana e Tomás fizeram um retângulo (Figura 7). Como não era isso que se pretendia ocorreu um diálogo quando Tomás foi explicar o que fez.

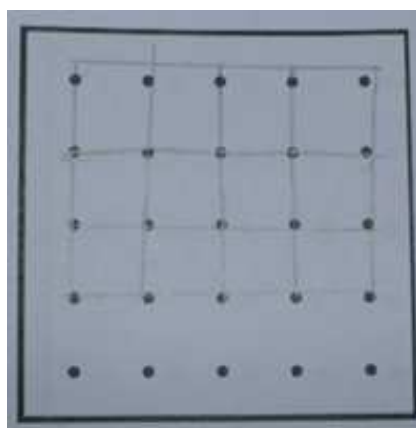


Figura 7: Figura de Mariana e Tomás relativa à alínea c).

*Helena: Esta figura quero que seja o Tomás a explicar. Esta figura é um quadrado?*

*Tomás: Não.*

*Helena: Não. Então é o quê?*

*Tomás: Um retângulo.*

*Helena: Então achas que está correto?*

*Tomás: Não.*

*Helena: Vamos contar. Como é que seria a figura?*

*Tomás: 1, 2, 3.*

(contando as unidades de comprimento de um dos lados do retângulo)

*Helena: Esse lado está certo ou errado?*

*Tomás: Está certo.*

*Helena: E aqui?*

(apontando para o lado de quatro unidades de comprimento)

*Tomás: 1,2,3,4. Está errado.*

*Helena: Neste caso o que tinhas que fazer?*

*Tomás: Tirar uma unidade.*

(...)

Nesta situação é possível verificar que Tomás não teve qualquer dificuldade em definir a figura que construiu e em corrigir o que havia realizado, não revelando qualquer dificuldade ao nível do conceito, o que leva a concluir que pode não ter feito uma leitura atenta do enunciado. Aliás, nas duas situações anteriores, constata-se que com o decorrer do diálogo os alunos em questão se foram apercebendo onde e porque tinham errado, corrigindo o que haviam realizado. A situação seguinte mostra a resolução levada a cabo por Dinis e Diana (Figura 8), que corresponde àquilo que era pretendido nesta alínea.

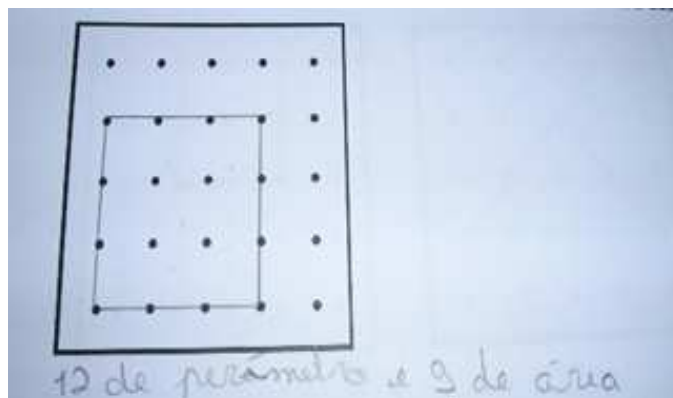


Figura 8: Resposta de Dinis e Diana à alínea c).

*Helena: E agora esta quero que seja o Dinis a explicar.*

*Dinis: Fiz um quadrado com 12 de perímetro e 9 de área.*

*Helena: E quantas unidades de comprimento tem de lado?*

*Dinis: 3 unidades de lado.*

(...)

Segue um excerto da fala de Diana quando estavam a resolver esta questão da ficha de trabalho:

*Tem que ter 3 unidades de lado. 1,2,3 (...) Se é um quadrado tem que ter três em todos (...) Então qual é o seu perímetro, 1,2,3,...12. Copia primeiro o quadrado. Agora pões aqui 12 de perímetro e 1,2,3,...9 de área, e 9 de área.*

Através deste excerto, é possível confirmar que o par percebeu o que era pedido na questão e, por isso, conseguiram com facilidade chegar a um resultado correto.

Outras das dificuldades por eles sentidas prendem-se com o facto de identificarem o comprimento entre 2 pontos na diagonal como sendo igual ao comprimento entre dois pontos na horizontal ou na vertical. A figura seguinte (Figura 9) ilustra este facto e corresponde à resolução levada a cabo por Francisca e André a propósito da alínea g) que pedia a construção de duas figuras com o mesmo perímetro.

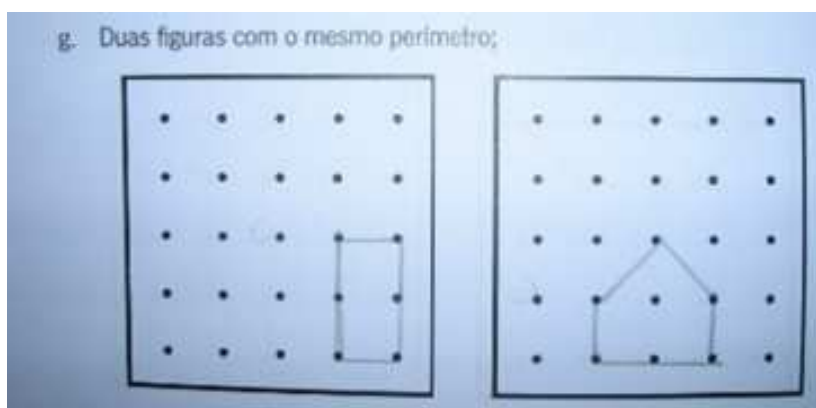


Figura 9: Resolução da alínea g) realizada por Francisca e André.

Houve, no entanto, pelo menos um par que conseguiu chegar à conclusão, através da manipulação do geoplano, que o comprimento entre dois pontos na diagonal era maior do que o comprimento entre dois pontos na horizontal ou na vertical. Durante a resolução da alínea g), Rafaela construiu duas figuras em que uma delas era um triângulo, mas, entretanto, o seu par chega à conclusão que não é possível essa resolução e explica a Rafaela o porquê, exemplificando no geoplano – “ah, mas sabes porque não dá? Porque esta parte [diagonal] é maior que esta [horizontal]” (Miguel).

Este aspeto foi objeto de discussão aquando da resolução da ficha de trabalho em grande grupo. Em particular, a propósito da alínea f), foi projetada a resolução de Bernardo e Catarina (Figura 10).

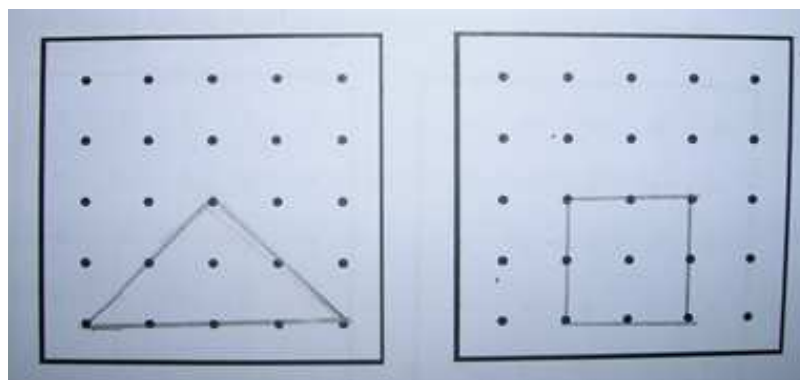


Figura 10: Resolução da alínea g) realizada por Francisca e André.

Depois dos alunos terem sido questionados acerca da medida de área das figuras, ao que responderam 4 unidades de área, foi-lhes pedido que comparassem o perímetro das figuras. Como afirmaram que as figuras tinham o mesmo perímetro, foi sugerido que pegassem no geoplano e que construíssem as figuras projetadas no quadro interativo e, de seguida, que comparassem o perímetro das figuras, recorrendo ao contorno das mesmas com um cordel, como ilustra a Figura 11.

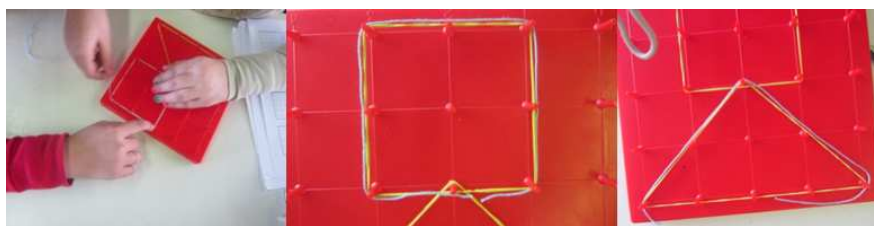


Figura 11: Sequência de imagens relativas à medição do perímetro das figuras com um cordel.

Depois de ter sido dado algum tempo para a realização dessa tarefa, seguiu-se um diálogo com a turma:

*Helena: Então o que concluíram? As figuras têm perímetros iguais?*

*Turma: Não.*

*Helena: Qual é o maior?*

*Turma: O do triângulo.*

*Helena: Então vocês podem considerar que o comprimento entre dois pontos na diagonal é igual ao comprimento entre dois pontos na horizontal?*

*Turma: Não.*

*(...)*

*Helena: E qual é maior?*

*(...)*

*Helena: Confirmem no geoplano.*

Os alunos retomaram as medições com o cordel (Figura 12).



Figura 12: Comparação de distâncias entre pregos do geoplano.

*Helena: Qual é maior?*

*Turma: A diagonal.*

(...)

Neste caso, a medição com o cordel foi essencial para que os alunos constatassem que a diagonal é maior e que, portanto, não a podiam tomar como sendo a mesma unidade de medida de comprimento que aquela que estavam a utilizar.

Na resolução da alínea e), que pedia a construção de um quadrado de área 5 e outro de área 8, a turma revelou claramente dificuldades relacionadas com a visualização espacial, mais concretamente ao nível da constância perceptual, dado que apenas estavam a explorar os quadrados na posição mais habitual, ou seja, situações em que os quadrados têm um dos lados paralelo a um dos lados do geoplano. Durante esta exploração foi-se ouvindo comentários como: *é impossível* ou *não dá para fazer*. Por ser uma dificuldade geral, foi sugerido à turma a construção de quadrados numa posição diferente da que estavam a explorar, para que começassem a explorar as diagonais e, desta forma, progredissem na atividade. Esta dica foi essencial para que avançassem na atividade, sendo que todos os pares conseguiram chegar ao quadrado de área 8. Contudo, nem todos os pares conseguiram construir o quadrado de área 5: “Aqui [quadrado de área 5] tem de ser um quadrado mais pequeno que este [quadrado de área 8] mas não consigo fazer.” (Tomás)

Assim sendo, ao longo da correção foi dedicada especial atenção a esta alínea, para que os alunos pudessem formar um conceito mais amplo acerca desta figura geométrica.

De salientar que na parte inicial da aula, aquando da exploração e manipulação livre do geoplano, um dos pares (Dinis e Diana) tinham construído um quadrado de área 8 (Figura 13), mas quando se confrontaram com esta questão levaram algum tempo para conseguirem construir este quadrado. Este par conseguiu fazer também o quadrado de área 5 (Figura 13), sendo que em dez pares apenas quatro o conseguiram fazer.



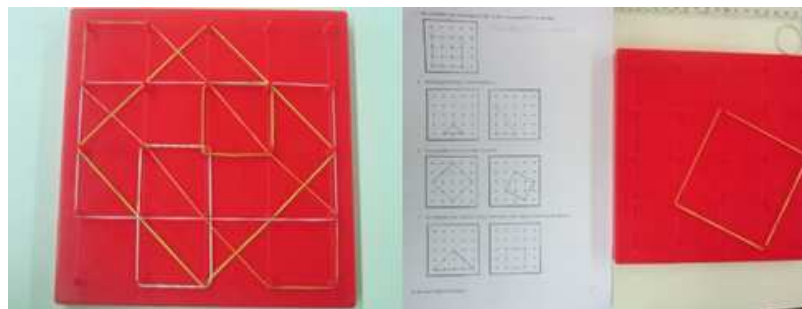


Figura 13: Exploração inicial e resposta à alínea e) de Dinis e Diana.

Também relacionado com a visualização espacial, particularmente ao nível da perceção da posição no espaço, de ressaltar ainda que a propósito da alínea h), que solicitava a construção de duas figuras com a mesma área, Tânia e Daniel fizeram duas figuras congruentes mas colocadas com orientações diferentes, como é possível constatar na Figura 14. Na correção da ficha foi projetada esta resolução e nesse mesmo instante ouviu-se “ah, são iguais!”. Neste seguimento, através desta resolução foi possível relembrar o conceito de figuras geometricamente iguais.



Figura 14: Resposta à alínea h) de Tânia e Daniel.

É importante referir que a correção da ficha de trabalho foi levada a cabo a partir das resoluções dos alunos. O critério de escolha das resoluções era que possibilitassem uma maior discussão e compreensão dos conteúdos. Para cada tarefa eram apresentadas diferentes resoluções e eram os próprios alunos que explicavam como tinham pensado. Os autores ao explicarem o que fizeram e como fizeram puderam desenvolver a comunicação e o raciocínio matemático e, deste modo, os alunos puderam discutir e refletir sobre o que cada par fez, tirando conclusões e consolidando aprendizagens. Para além disso, esta discussão foi importante para que alguns elementos superassem algumas dificuldades e concepções erróneas que haviam construído. Através da reflexão sobre as atividades realizadas foi ainda possível introduzir conceitos (figuras equivalentes e

figuras isoperimétricas) e relembrar outros (figuras geometricamente iguais, por exemplo).

Assim sendo, as principais dificuldades na utilização do geoplano foram ao nível da visualização espacial, sendo que o geoplano permitiu a identificação dessa dificuldade ao mesmo tempo que possibilitou a construção de figuras em diversas posições. A identificação do comprimento entre 2 pontos na diagonal como sendo igual ao comprimento entre dois pontos na horizontal ou na vertical, assim como a contagem de pregos em vez de distâncias foram outras das dificuldades sentidas pelos alunos. De igual modo, alguns alunos também tiveram dificuldades na interpretação dos enunciados, ao nível da terminologia usada e consequente identificação do que era pedido.

Em síntese, os desafios propostos na ficha de trabalho possibilitavam múltiplas soluções e apareceram de facto respostas diversificadas para uma mesma questão, o que se mostrou bastante enriquecedor aquando da discussão dos resultados. Para além disso, o geoplano constitui-se como uma base concreta para a construção de conceitos e relações abstratas, promovendo aprendizagens ativas e diversificadas onde os alunos se constituíram como construtores ativos do seu conhecimento. Apesar das dificuldades sentidas, as tarefas propostas revelaram-se adequadas àquilo que se pretendia desenvolver nos alunos, constituindo o mote para lhes proporcionar uma aula diferente do habitual, onde a manipulação, a exploração de hipóteses e a discussão de ideias, assim como a cooperação e interação entre pares fizeram parte do processo de construção de conhecimento. É de salientar ainda que as crianças com algumas dificuldades tiveram a oportunidade de experimentar sucesso, sendo que destas se destaca o caso de Rafaela que habitualmente tem dificuldades ao nível da matemática e que, neste caso, em cooperação com o seu par se destacou pela positiva, concluindo com sucesso todas as atividades.

## 2.2 Área por enquadramento

A presente intervenção tinha como principal finalidade levar os alunos a calcular a área das figuras por enquadramento e decomposição, recorrendo ao geoplano.

Assim, a primeira parte da aula dedicou-se à discussão em volta do conceito de área por enquadramento. Só depois disto os alunos partiram para a realização da ficha de trabalho.

Terminada a resolução da ficha, procedeu-se à sua correção, criando-se na turma um ambiente de discussão que possibilitou a troca de ideias e a partilha dos diferentes processos e resoluções levados a cabo pelos diversos pares, dando oportunidade aos alunos de comunicarem e de desenvolverem o seu raciocínio matemático. A partilha das resoluções efetuadas pelos diferentes pares possibilitou ainda a discussão em volta de qual seria a estimativa por eles realizada que mais se aproximava da área da figura.

De seguida, foi ainda lançado um desafio aos alunos que passava por calcular a medida da área da figura da atividade 2, sendo gerada a seguinte questão problema: “Será que conseguem determinar a área exata da figura da atividade

27". Após terem calculado a área exata da figura e de terem confirmado que esse valor estava entre os valores da estimativa que realizaram, os alunos tiraram conclusões acerca daquilo que haviam realizado.

Relativamente à *utilização do geoplano*, na segunda atividade, os alunos, depois de se aperceberem que não conseguiam desenhar a figura no geoplano porque tinha linhas curvas, concretizaram a atividade na ficha de trabalho, dividindo as figuras em unidades de medida de área para determinar a sua área. A Figura 15 apresenta dois exemplos do modo como os alunos deram resposta a esta atividade.

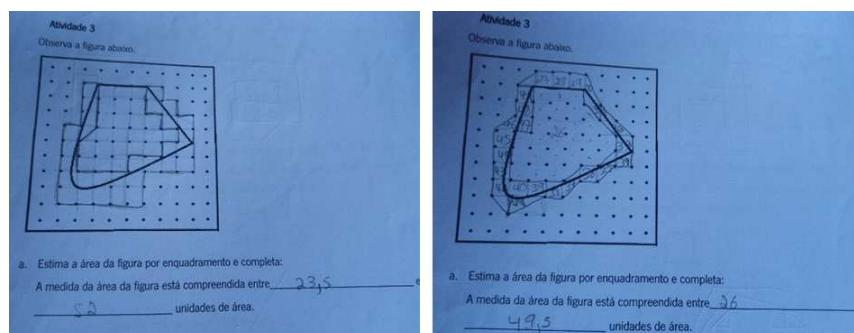


Figura 15: Estratégia utilizada por Dinis e Bernardo, respetivamente.

A partir da Figura 15 é possível constatar que Dinis, em conjunto com o seu par, optou por dividir as figuras em unidades de área no papel pontado, para de seguida proceder à sua contagem onde com recurso ao lápis ia colocando um ponto nas unidades de área que já havia contado. A estratégia seguida por Bernardo e Catarina, imagem da direita da Figura 15, difere da primeira na contagem das unidades de área. Embora também utilizem o mesmo processo seguido por Dinis e Diana, recorrem a dois momentos distintos: no interior da figura por defeito escrevem o total de unidades de área dessa figura; a partir daí na contagem da área restante da figura por excesso, vão assinalando em cada nova unidade o número correspondente à contagem até ao momento.

Quanto ao desafio lançado para calcular a área da figura da atividade 2, aquando da correção da ficha de trabalho, os alunos tiveram que decompor a figura em outras das quais sabiam determinar a área, bem como enquadrar figuras, concretamente, enquadraram o triângulo por um retângulo ou um quadrado, tendo em consideração que o triângulo tem metade da área dessas figuras, aplicando aquilo que já tinham realizado na sessão anterior a este propósito. Nesta situação, o cálculo da medida de área foi realizado pela maioria dos alunos no papel pontado, como se pode ver nas resoluções apresentadas na Figura 16.

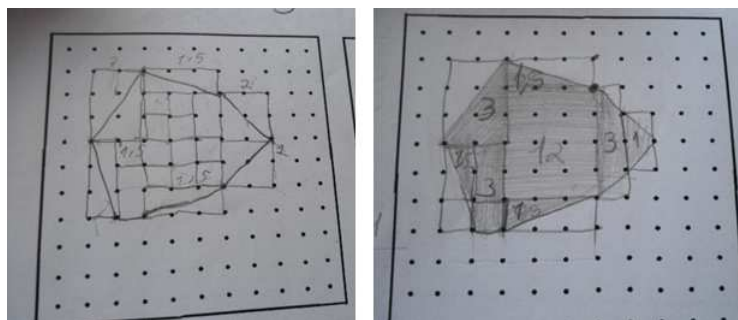


Figura 16: Resoluções de Rafaela e Mariana, respetivamente, relativamente à atividade 2.

Rafaela, em conjunto com o seu par, para dar resposta a este desafio optou por dividir parte da figura em unidades de área e, de seguida, determinar a área das restantes partes utilizando quadrados e retângulos como enquadramentos. Na segunda situação, Mariana e Tomás decompuseram a figura em retângulos e triângulos, relacionando a área dos triângulos com a área de outras figuras que os contém (retângulos).

É de salientar que, durante a resolução da ficha, houve um par que, com recurso ao geoplano (Figura 17), já tinha chegado à conclusão de que dava para calcular a área exata dessa figura, como se pode ver pelo diálogo seguinte:

*Helena: Explica-me como fizeram?*

*Diana: Nós primeiro fizemos retângulos para medirmos as unidades de área inteiras e depois somei estas metades, e a seguir fiz uns retângulos aqui nestas partes e depois vi: estes têm 3 de área, dividi a meio, ficou 1,5; depois meti aqui um retângulo, este tinha 6 de área, dividi a meio, ficou 3.*

*(...)*

*Helena: Então quanto é que a figura tem de área?*

*Diana: (conta) 26,5.*

*(...)*



Figura 17: Estratégia utilizada por Dinis e Diana para calcular a área da figura.

Nesta situação a utilização do geoplano constituiu a base para que Diana e Dinis conseguissem determinar a medida da área desta figura, decompondo a figura e realizando enquadramentos. É ainda visível que Diana conseguiu expor e explicar o seu raciocínio de forma clara, mostrando uma boa capacidade de raciocínio e comunicação matemática.

Os alunos demonstraram algumas *dificuldades* na realização das atividades, quer na passagem das figuras do papel pontado para o geoplano e vice-versa, quer na contagem das unidades de medida de área. Uma das explicações para as dificuldades anteriormente descritas terem surgido pode ser o facto de, nesta aula, terem trabalhado com o geoplano  $11 \times 11$  e, consequentemente, com figuras bastante maiores do que na intervenção anterior, sendo que este facto exigia uma maior atenção e concentração por parte dos alunos e também uma maior cooperação e interajuda entre os elementos de cada par. Para além disso, com as dificuldades encontradas, os alunos tiveram que procurar estratégias que lhes permitissem concluir com sucesso as tarefas propostas, concretamente, que os ajudassem a determinar a medida de área das figuras em causa, por exemplo, ao nível da contagem das unidades de medida de área, como atrás foi descrito.

Em síntese, apesar das dificuldades sentidas, o geoplano revelou-se adequado àquilo que se pretendia desenvolver, contribuindo para que os alunos constituíssem parte ativa na construção das suas aprendizagens e funcionando como base para a construção de conceitos. Os conteúdos abordados e as atividades realizadas revelaram-se bastante acessíveis, permitindo que todos os alunos experimentassem sucesso e se mostrassem motivados e empenhados na sua realização. Claro que este tipo de atividades trouxe mais ruído à sala de aula, mas este ruído não causou qualquer efeito de distração nos alunos nem influenciou o trabalho entre pares, não afetando por isso o desenrolar da aula.

### 3 Conclusões

Com o recurso a materiais manipuláveis, as atividades planeadas pretendiam proporcionar aos alunos não só a aquisição de conceitos matemáticos, mas também potenciar uma melhor estruturação dos mesmos. Deste modo, pretendia-se criar experiências matemáticas que fossem significativas para os alunos, para que estes pudessem aprender com compreensão e construir de forma mais profunda e duradoura o conhecimento matemático. Para isso, foram também criadas diferentes oportunidades de trabalho em pares, para que os alunos pudessem discutir ideias e refletir sobre elas. É certo que este tipo de atividades acrescentaram maior barulho à sala de aula e também levaram a que surgissem alguns conflitos entre os pares, mas as interações que se estabeleceram entre pares/grupos foram bastante ricas e profícuas, na medida em que ao partilharem ideias e discutirem resultados realizavam descobertas mais facilmente.

De acordo com Abrantes, Serrazina e Oliveira ([1], p. 25), “para haver uma apropriação de novas ideias e novos conhecimentos, não basta que o aluno participe em atividades concretas, é preciso que ele se envolva no processo de reflexão sobre essas atividades”. Essa reflexão aconteceu quer durante a realização das fichas de trabalho entre pares, quer na correção das atividades em grande grupo.

Durante a realização das atividades, a dinâmica de trabalho criada entre os pares passou pela discussão e partilha de ideias, pela exploração de hipóteses e por uma atitude ativa e de cooperação por parte dos alunos, tornando possível o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação matemática, assim como a descoberta de estratégias para dar resposta aos desafios propostos. A correção das atividades realizadas revelou-se também como um importante momento de aprendizagem, na medida em que este era o momento em que se discutiam os resultados obtidos, superando-se dificuldades e concepções erróneas contruídas ao longo da concretização das atividades. Para além disso, ao explicarem o que fizeram e como fizeram puderam desenvolver a comunicação e o raciocínio matemático.

As atividades aqui desenvolvidas respeitaram o ritmo de aprendizagem de cada aluno, assim como permitiram que todos os alunos experimentassem sucesso na sua realização e que constituíssem parte ativa ao longo de todo o processo de construção de conhecimento.

A utilização do geoplano revelou-se importante para o trabalho com áreas e perímetros, na medida em que, ao constituir-se como uma base concreta, possibilitou uma melhor compreensão e estruturação destes conceitos. Numa fase inicial, a exploração e manipulação livre do geoplano permitiu que os alunos se familiarizassem com o material, aspeto fundamental para o posterior uso do geoplano nas atividades mais orientadas. Tal como referem Serrazina e Matos ([12], pp. 2-3), a aprendizagem constitui-se como um processo de crescimento caracterizado por diferentes etapas e, nesse sentido, é difícil “compreender o que se pode fazer com um geoplano, sem ter, de facto, manipulado um deles, ter experimentado, desde a colocação dos elásticos, até à tentativa de resolver problemas mais complexos”. Ao longo da realização das fichas de trabalho o geoplano constitui-se como um meio bastante dinâmico para os alunos explorarem os desafios propostos, na medida em que podiam fazer, refazer e desfazer figuras com grande facilidade. A utilização do geoplano permitiu ainda o trabalho ao nível da visualização espacial, sendo que, a este propósito, Matos e Serrazina ([12], p. 10) referem que “uma das grandes vantagens do geoplano é a sua mobilidade que faz com que os alunos se habituem a ver figuras em diversas posições”. A decomposição de figuras foi outro dos aspetos que a utilização do geoplano potenciou.

As dificuldades sentidas pelos alunos prenderam-se essencialmente com a interpretação dos enunciados, ao nível da terminologia usada e consequente identificação do que era pedido. Relativamente às dificuldades sentidas na utilização do geoplano, as dificuldades mais notórias foram na transferência das figuras do geoplano para o papel pontado e vice-versa. A identificação do comprimento entre 2 pontos na diagonal como sendo igual ao comprimento entre dois pontos na horizontal ou na vertical, assim como a contagem de pregos em vez de distâncias foram outras das dificuldades sentidas pelos alunos.

Assim, a utilização dos materiais manipuláveis funcionou como base para a construção de conceitos matemáticos, possibilitando que os alunos aprendessem com compreensão. De facto, no “contacto directo com o material, as crianças agem e comunicam, adquirindo o vocabulário fundamental, associando uma acção real



a uma expressão verbal” ([4], p.5). Dando voz às crianças, seguem algumas das opiniões dos alunos da turma a este propósito:

*Se nós utilizarmos os materiais é mais fácil perceber as coisas;  
(...) os materiais que utilizamos ajudaram-me a perceber melhor os conteúdos;  
Às vezes não percebia as coisas à primeira e às vezes quando a Helena usava o material para explicar percebia;  
Se uma pessoa, por exemplo, nos mostrasse uma bússola e nos ensinasse como manuseá-la entendíamos mas, entendíamos melhor se uma pessoa nos ensinasse a mexer nela, com possibilidades de a manusear.*

Ora, esta última citação faz lembrar um antigo provérbio chinês: “Se escuto, esqueço; se vejo, lembro; mas se faço, aprendo.” ([6], p. 71).

#### Agradecimento

Este trabalho é financiado por Fundos FEDER através do Programa Operacional Factores de Competitividade – COMPETE e por Fundos Nacionais através da FCT-Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projeto “FCOMP-01-0124-FEDER-041405 (Ref. FCT, EXPL/MHC-CED/0645/2013)”.

## Referências

- [1] Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I. *A matemática na Educação Básica*, Lisboa: Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica, 1999.
- [2] Araújo, F. “Geoplano”, in P. Palhares & A. Gomes (coords.), *Mat1C - Desafios para um novo rumo*, 246-251, Braga: Instituto de Estudos da Criança da Universidade do Minho, 2006.
- [3] Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Souza, H., Oliveira, P. *Geometria e Medida no Ensino Básico*, Lisboa: Ministério da Educação - DGIDC, Versão online disponível em: [http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais\\_npmeb/070\\_Brochura\\_Geometria.pdf](http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_npmeb/070_Brochura_Geometria.pdf) (acedido a 18 de maio de 2014), 2011.
- [4] Damas, E., Oliveira, V., Nunes, R., Silva, L. *Alicerces da Matemática. Guia Prático para Professores e Educadores*, Porto: Areal Editores, 2010.
- [5] Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. *Programa de Matemática do Ensino Básico*, Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica, 2007.
- [6] Lorenzato, S. *Para aprender matemática*, Campinas: Autores Associados, 2006.
- [7] Ponte, J. P., Serrazina, M. L. *Didática da Matemática do 1º ciclo*, Lisboa: Universidade Aberta, 2000.
- [8] Reys, R. “Considerations for teachers using manipulative materials”, *The Arithmetic Teacher*, 18(8), 551-558, 1971.

- 
- [9] Serrazina, L. “Os Materiais e o Ensino da Matemática”, *Educação e Matemática*, 13, 1, 1990.
  - [10] Serrazina, L. “Ensinar/Aprender Matemática”, in *Actas ProfMat*, 33-41, Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1995.
  - [11] Serrazina, L. “Jogos Matemáticos e Materiais manipuláveis”, in D. Moreira & I. Oliveira (coords.), *O Jogo e a Matemática*, 92-116, Lisboa: Universidade Aberta, 2004.
  - [12] Serrazina, L., Matos, J. *O geoplano na sala de aula*, Associação de Professores de Matemática, 1988.
  - [13] Vale, I. *Materiais Manipuláveis*, Viana do Castelo: ESE, 2002.

